

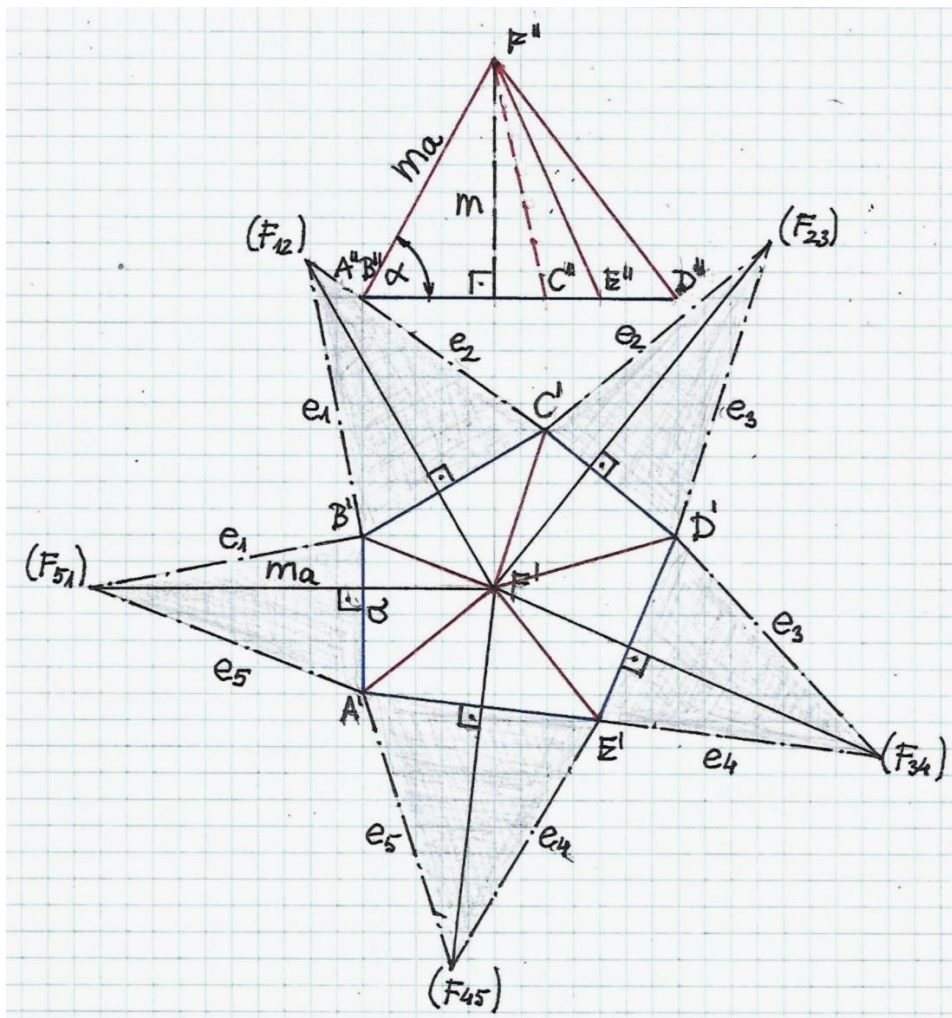
Gúla hálója

A feladat

Adott egy gúla 1. és 2. képsíkbeli képével. Keressük a gúla hálóját.

A megoldás

Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Itt a gúlát speciális helyzetben ábrázoltuk: az a alapélhez tartozó m_a oldalmagasság valódi nagyságában látszik. Így m_a -t felhordva kapjuk az (F_{51}) pontot, amit az A' és B' pontokkal összekötve kapjuk az e_5 és e_1 oldalélek valódi képét. Minthogy e_1 a $B'C'$ oldalhoz tartozó egyik oldalél is, ezért ennek magasságát megrajzolva az e_1 -gyel való metszéspont kiadja az (F_{12}) csúcs képét is. Így végigmenve, az összes gúla - oldalt, így a gúla hálóját kapjuk.

Megjegyzések:

M1. A gúla speciális felvétele itt azt is jelenti, hogy az α hajlásszög valódi nagyságában látszik. Ez a függőleges tengely körüli forgatással általában is megoldható részfeladat.

M2. A gúlát úgy vettük fel, hogy megadtuk az $A'B'C'D'E'$ alapsokszögét, majd ebben elhelyeztük az F' csúcs képét. Ekkor már meg tudtuk rajzolni a gúla első képét. Ezután felvettük az m gúla - magasságot, amivel már meg tudtuk rajzolni a gúla második képét is.

M3. A gúla $A'B'$ (F_{51}) oldalháromszögének területe:

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot m_a . \quad (1)$$

Ugyanígy meghatározva a többiét is, majd összeadva ezeket kapjuk a gúla palástfelszínét:

$$P = \sum_{i=1}^5 T_i . \quad (2)$$

Ezt az összegzést itt csak az alapéleket és az oldalmagasságokat *lemérve* tudjuk elvégezni. Ha ez például egy tető felszínszámításához kell, a palástfelszín itteni pontossága elegendőnek látszik. Ugyanis az – egyéntől függő – szerkesztési és leolvasási pontatlanságokat ellensúlyozhatja az, hogy a felszín - nagyság ismeretében rendelt építési anyagok mennyiségét ráhagyással, felfelé kerekítéssel szokás megadni.

M4. A gúla hálójának elkészítése azt jelentette, hogy a gúla palástját az oldalélei mentén felvagtuk, és az így kapott oldalháromszögeket a közös vízszintes síkba lefektettük.

M5. Egy újabb módszert láttunk [1] - ben az FCD és FDE síkok lapszögének megállapítására. Ezt a 2. ábrán követhetjük.

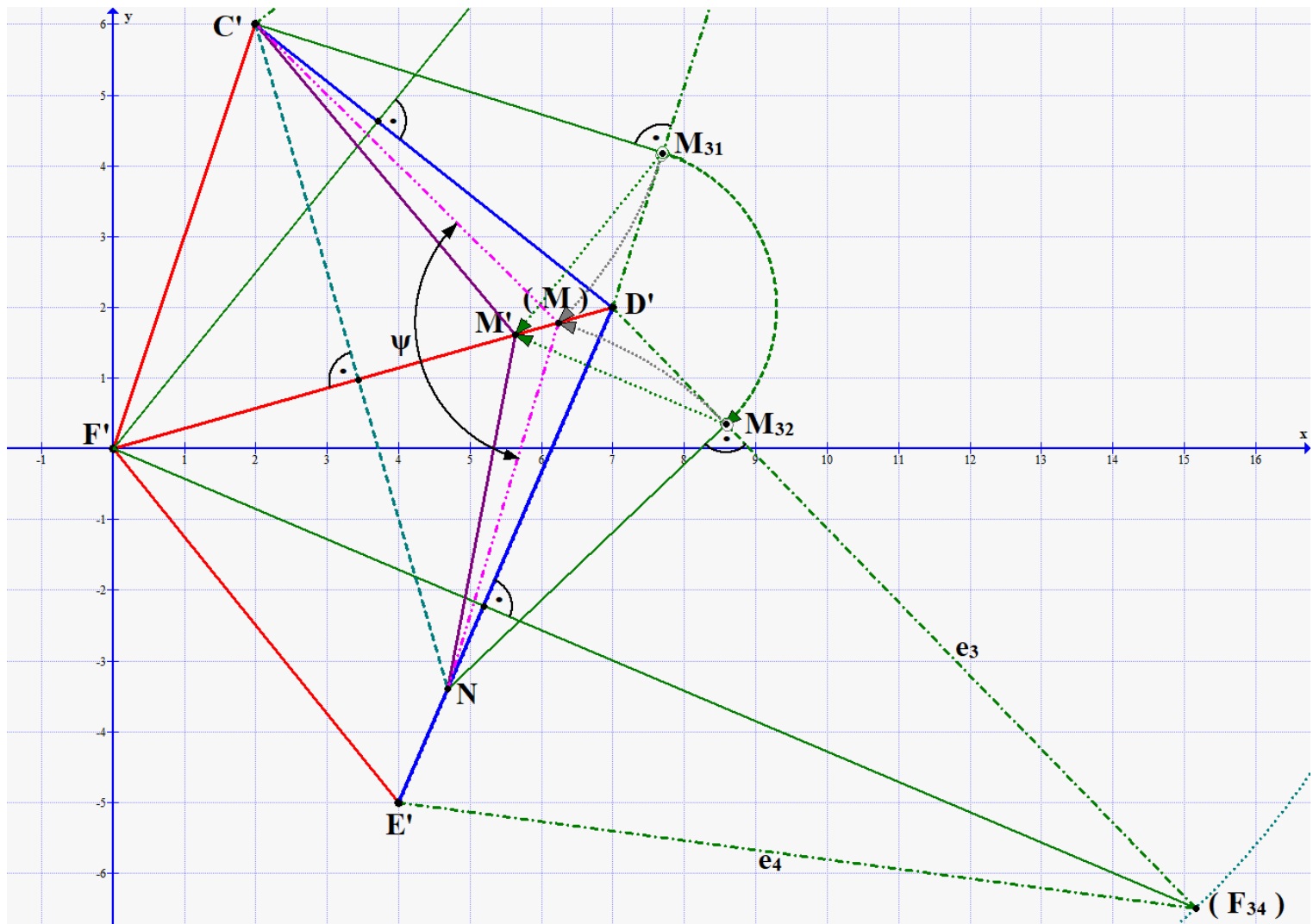
Először a C' pontból merőlegest állítunk $D'(F_{23})$ egyenesére, kapjuk az M_{31} pontot.

Majd a $D'M_{31}$ távolságot átkörzőzzük $D'(F_{34})$ egyenesére, kapjuk az M_{32} pontot.

Ezután az M_{32} pontban merőlegest állítunk $D'(F_{34})$ egyenesére, kapjuk a $D'E'$ oldalon az N pontot. Az N pontot összekötjük a C' ponttal.

Majd a $C'M_{31}$ sugárral és az NM_{32} sugárral ívet metszünk, melynek metszéspontja az $F'D'$ egyenesre esik. Nevezzük e metszéspontot (M) pontnak. A $C'(M)N = \psi$ szög a keresett lapszög. Az eljárás magyarázata az, hogy a keresett szöget úgy kapjuk, hogy az FD oldal - élre merőleges síkkal elmetsszük a gúlát, amely síknak a gúla oldalsíkjaival való metszés - vonalai zárják be a lapszöget. Az alapsíkba forgatás után jelenik meg a ψ szög valódi nagyságában. Azonban az alapsíkba forgatás részben már el lett végezve a gúla oldalháromszögeinek síkba terítésével, ezért már csak $C'M_{31}$ és az NM_{32} sugarú körök metszés -

pontját kell megkeresni. A $C'MN$ szög az alapsíkba forgatás után az $C'(M)N$ rajzi alakot veszi fel.



2. ábra

A 2. ábra megmutatja a vetítéssel előálló M' és az ívmetszéssel kapott (M) közti különbséget is. A forgatás vetületben az $F'D'$ egyenes mentén zajlik le, mert $C'N$ a forgatás tengelye, ezért $C'N$ egyenese merőleges $F'D'$ egyenesére.

M6. Itt egy újabb lapszögszerkesztést tanultunk. Egy korábbi már [2] - ben láthattunk.

M7. A most látott szerkesztés indokolhatja az oldalháromszögek oly sokszor látott vízszintes síkba terítését. Utóbbi ezek szerint nem csak a palástfelszín számításához kellhet.

M8. Az M_{31} , M_{32} és az N pontokat nem vesszőztük meg. Ezzel is jeleztük, hogy a munka

csak az első képsíkon zajlik. Valójában ez az érdekessége ennek a lapszög ~ meghatározásnak. A [2] - ben látott másik szerkesztés két képsíkon történik. Ha a gúla minden lap - szögét meg szeretnénk határozni, akkor a [2] szerinti eljárás esetében a vizsgált gúlaélt a második képsíkkal párhuzamosan kellene felvenni, minden oldalpárra. Ezért a gúlát a függőleges tengelye körül forгатni kellene. Ez nem nehéz, csak munkaigényes. Emlékeztetünk rá, hogy az 1. ábra esetében az $A'B' = a$ alapélt hoztuk egy (itt nem bemutatott) forgatással olyan – a második képsíkra merőleges – helyzetbe, hogy az m_a oldalháromszög - magasság, illetve az α hajlásszög valódi nagyságában látszódjon.

Források:

[1] – [ETH-Bibliothek / Darstellende Geometrie... \[74 \(ethz.ch\)\]](#)

[2] – *Lőrincz Pál ~ Petrich Géza*: Ábrázoló geometria
3. kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2024. 09. 30.

Továbbiak: www.galgoczi.net